



$$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$$
$$s = a + ib$$



*Fecha de entrega: Hasta el jueves 22 de enero*

# PROBLEMA DE LA SEMANA

## Nº 6

### Problema Nivel 1

Calcula el resultado de:  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \dots$

### Problema Nivel 2

Tenemos que  $x + xy + y = 54$ , y sabemos que  $x$  e  $y$  son enteros positivos.

¿Cuánto vale  $x + y$ ?

### Resolución problema semana nº5

**Nivel 1:** Empezando desde la página 1, tenemos 9 para las que únicamente necesitamos un dígito. De la página 10 a la 99, tenemos 90 para las que necesitamos dos dígitos. De la página 100 a la 999, tenemos 900 para las que necesitamos 3 dígitos, y así sucesivamente. Si realizamos el conteo de dígitos:

$$9 \cdot 1 = 9$$

$$90 \cdot 2 = 180$$

$$900 \cdot 3 = 2700$$

Tenemos  $2700 + 180 + 9 = 2889$  dígitos utilizados hasta la página 999. Nos faltan 100 para llegar a los 2989 que pide el problema. A partir de la página 1000 se utilizan cuatro dígitos por página.

$$100/4 = 25$$

Por tanto tenemos 25 páginas más, es decir  $999 + 25 = 1024$  páginas.

**Nivel 2:** Podemos agrupar los términos en parejas de la forma  $(\text{impar})^2 - (\text{par})^2$ . Aplicando la tercera identidad notable tenemos:

$$2025^2 - 2024^2 = (2025+2024) \cdot (2025-2024) = 2025+2024 = 2 \cdot 2025 - 1 = 4049$$

$$2023^2 - 2022^2 = (2023+2022) \cdot (2023-2022) = 2023+2022 = 2 \cdot 2023 - 1 = 4045$$

...

$$5^2 - 4^2 = (5+4) \cdot (5-4) = 5+4 = 2 \cdot 5 - 1 = 9$$

$$3^2 - 2^2 = (3+2) \cdot (3-2) = 3+2 = 2 \cdot 3 - 1 = 5$$

$$1^2 = 1$$

Por tanto, lo que queremos calcular es  $1+5+9+13+\dots+4045+4049$ . Es decir, la suma de los  $n$  primeros términos de una progresión aritmética de diferencia  $d=4$  y primer término 1.

Calculamos el número de términos y aplicamos la fórmula de la suma:

$4049 - 1 = 4048 \rightarrow 4048 : 4 = 1012 \rightarrow$  Del primer término al último se suma la diferencia 1012 veces, luego hay 1013 términos.

$$S = \frac{1013 \cdot (1 + 4049)}{2} = 2051325$$

NOMBRE	CURSO	PUNTOS SEMANA	PUNTOS TOTALES
Thais Pinto	S1	1	2
Patricia Rasero	S1	1	2
María Alejandra Ghimpu	S2		1
Laia Manzano Domingo	S2		4
Sara Monzón	S2		1
Marina Alonso Pardilla	S4	1	5
Nerea Pascual Casado	S4	0,5	4
Javier Sanz Fernández	S4	1	3
Javier Andrés San Macario	B1	1	4